

Développement d'un logiciel pour l'enseignement de la géométrie spatiale en partenariat Université/Second degré : démarche et présentation de Calques 3D

Nicolas VAN LABEKE*
LORIA/CNRS, Université Henri Poincaré - Nancy I,
BP 239, F-54506 Vandoeuvre les Nancy Cedex,FRANCE
vanlabek@loria.fr

Table des matières

1	Introduction	1
2	Particularités du développement de Calques 3D	2
3	Description de Calques 3D	3
3.1	Observation des figures géométriques	3
3.2	Construction de figures géométriques	4
3.3	Exploration des propriétés géométriques	5
3.4	Les calques: un atout de Calques 3D	6
4	Conclusion	7
5	Références	7
6	Remerciements	7
7	Appel à participation	8

1 Introduction

La géométrie dans l'espace est un enjeu important de l'enseignement des mathématiques en lycée professionnel et de l'enseignement de la CAO en lycée technique. Les problèmes que pose cet enseignement se rapportent essentiellement aux difficultés de vision dans l'espace qu'ont les élèves (et dans une moindre part, les enseignants). En effet, les élèves sont souvent incapables de voir et de comprendre le dessin d'une figure 3D sur un support 2D (papier ou écran d'ordinateur). De plus, la géométrie filaire introduit d'autres difficultés. En particulier, à la différence de la géométrie du solide, l'aspect transparent (ou translucide) des objets ne facilite pas la lecture de leur position relative dans l'espace.

Des logiciels destinés à l'enseignement des mathématiques en lycée d'enseignement général ont été développés et largement diffusés. Le premier de ces logiciels, intitulé Dessiner l'Espace [Bernat 89], a été suivi de Pratiquer l'Espace [Bernat 91], tout deux diffusés par Topiques Editions. Ces deux logiciels ont fait l'objet de publications variées, qui prouvent l'intérêt que leur te la communauté enseignante ([Bailleux 91, Cuppens 91, Bouteiller 93, DLC15 94] ...).

Cependant, ces logiciels sont de conception assez ancienne. L'interface, en particulier, ne tire pas profit de la puissance des machines actuelles, ni des progrès effectués dans les techniques d'imagerie numérique et dans le domaine que la communauté désigne maintenant sous le terme de

*Cet article a été publié dans les actes du Plan National de Formation "Développement de l'utilisation des technologies d'information et de communication dans la mise en oeuvre des nouveaux programmes de mathématiques du collège", qui s'est déroulé à Nancy le 19 et 20 janvier 1999.

Géométrie Dynamique [Balacheff 94]. Notre projet visait à répondre à ces besoins en développant un logiciel pédagogique, **Calques 3D**, destiné à l'enseignement de la géométrie dans l'espace. Ce développement a pu se référer à de nombreux travaux similaires, que ce soit pour la géométrie plane (Geometer's Sketchpad [Jackiw 95], Cabri-géomètre [Laborde 94], Calques 2 [Bernat 94] - développé dans notre équipe), ou pour la géométrie dans l'espace (Geospace [Geospace 92], Kappa [Muzellec 96] ou Cabri 3D [Qasem 97]).

2 Particularités du développement de Calques 3D

Au cours des années passées, en travaillant avec des enseignants sur l'introduction des nouvelles technologies éducatives dans les classes, nous avons appris qu'il existait une condition sine qua non à leur utilisation effective, en particulier en ce qui concerne les logiciels: que les enseignants, premiers utilisateurs avant les élèves, puissent retrouver dans ces logiciels leur propre savoir-faire et, surtout, être capable de les adapter à leur propres besoins.

Pour cette raison, et parce qu'il n'existe, à l'heure actuelle, aucun logiciel-auteur permettant à un non-informaticien de développer des logiciels pédagogiques suffisamment complets, nous pensons qu'il est nécessaire d'inclure des enseignants dans le processus de conception. Et de les inclure, non pas en tant que simple utilisateur final mais bien en tant que participant à l'élaboration et à la conception du produit.

Le projet **Calques 3D**, lancé dans le cadre d'un travail de thèse, a eu pour objectif de répondre à ce besoin et de proposer une méthodologie de conception permettant la prise en compte de l'enseignant auteur¹: expression des besoins, adaptation du logiciel au contexte d'usage, ... Il s'est déroulé en trois phases, réparties sur les trois dernières années.

En 95/96, nous avons réalisé une première version d'un prototype de micromonde pour l'enseignement de la géométrie dans l'espace: définition de l'interface, mise en place des outils d'affichage des figures géométriques, introduction d'un premier ensemble d'objets géométriques, ... Ce premier prototype nous a servi de base de discussion et d'aperçu des possibilités d'un tel outil pour pallier les difficultés de la géométrie dans l'espace.

En 96/97, nous avons réunis un premier groupe de travail, constitué de 10 enseignants de mathématiques du secondaire. Sur la base du prototype existant, nous avons organisé le développement de **Calques 3D** en fonction des objectifs de cet enseignement en collège et lycée (géométrie filaire, perspective cavalière, approche constructiviste, ...) et des difficultés de cette approche (perte de la troisième dimension, application des propriétés de la géométrie plane dans l'espace, ...), afin de définir et de mettre en oeuvre des fonctionnalités adaptées.

En 97/98, un deuxième groupe s'est constitué, cette fois avec 4 enseignants provenant de lycées techniques. L'objectif de ce deuxième groupe était de valider les choix faits précédemment et de proposer de nouvelles fonctionnalités permettant l'utilisation du logiciel dans leur contexte particulier (en particulier, l'approche systémique de l'enseignement technique). La place potentielle d'un tel logiciel dans l'enseignement technique s'est avérée être non négligeable, aucun dispositif n'existant entre l'enseignement traditionnel et l'utilisation de logiciel professionnel de CAO².

Le travail avec les différents groupes s'est déroulé de façon similaire les deux années. Les membres du groupe disposaient régulièrement des mises à jour du prototype, afin d'en évaluer les dernières modifications. Au cours de réunions mensuelles, nous échangeons les retours sur cette expérimentation et nous mettions d'accord sur les ajouts et les modifications à apporter. C'est ce que nous désignons sous le terme de prototypage incrémental.

1. Nous faisons ainsi une différence entre enseignant auteur, directement impliqué dans le processus de conception, et enseignant utilisateur, plus concerné par l'utilisation d'un logiciel pédagogique dans ses classes.

2. CAO: Conception Assistée par Ordinateur

De manière à cibler le développement du logiciel en fonction des besoins, nous avons proposé l'utilisation d'une fiche de description d'activités pédagogiques. Le but de ces formulaires est triple. D'une part permettre aux différents participants du projet d'avoir un document commun, servant de support à la discussion des ajouts et modifications³. D'autre part, permettre aux enseignants auteurs de décrire des activités à réaliser AUTOUR du logiciel (activités traditionnelles réalisées en classe, réalisables avec la version actuelle du logiciel ou devant être réalisable dans ses versions futures), descriptions faites dans un formalisme proche de ce qu'ils ont l'habitude faire. Enfin part permettre au concepteur du logiciel d'en extraire les informations pertinentes (et justifiées par le contexte) pour le développement de nouvelles fonctionnalités.

Ces descriptions, que nous avons appelés contexte d'utilisation, joue le rôle d'un cahier des charges ou de spécifications informatiques. En effet, ce genre de documents, très utilisés dans le génie logiciel (conception de logiciels), est cependant inapplicable directement dans le génie didactique (conception de logiciels pédagogiques) : ils sont d'un abord très difficile pour qui n'est pas informaticien et ne permettent généralement de décrire que des problèmes dont les solutions (classiques ou informatiques) sont connues. Or, l'absence de solutions prêtes à l'emploi (ou, du moins, l'absence d'un consensus sur les solutions) est l'une des caractéristiques de l'enseignement. Un exemple de description d'une séquence, rédigés par un enseignant d'un des groupe de travail, se trouve en annexe de ce document.

3 Description de Calques 3D

Calques 3D est un logiciel pédagogique conçu pour permettre la construction, l'observation et la manipulation de figures géométriques. Le logiciel, par son interface conviviale et interactive, permet un accès intuitif et modulable aux primitives de construction. Intuitif car il peut être mis entre les mains d'élèves sans nécessiter un apprentissage long. Modulable, car il doit permettre à l'enseignant de définir lui-même les primitives et fonctionnalités qui resteront accessibles à l'élève, en fonction de la pédagogie pratiquée dans sa classe. Les objectifs de Calques 3D , décrits dans les paragraphes suivants, sont donc :

- Observer : permettre à l'élève de voir et de comprendre la troisième dimension en changeant le référentiel (repère orthonormé, plancher, cloisons, ...) ou la perspective (cavalière, point de fuite, ...), en modifiant le point de vue de l'observateur, en affichant des rétroactions visuelles sur les objets, ...
- Construire : permettre la construction dynamique de figures géométriques à partir d'objets élémentaires (points, lignes, plane, ...) et de primitives de construction (intersection, parallèle, perpendiculaire, ...).
- Explorer : permettre à l'élève d'explorer et de découvrir les propriétés géométriques de la figure (déformation de la figure en déplaçant directement les points-base, extraction d'éléments de la construction dans des calques séparés, ...).

3.1 Observation des figures géométriques

Calques 3D fournit à l'élève un ensemble d'outils l'aidant à voir et à comprendre les objets géométriques de la figure et à passer d'une configuration concrète à une configuration abstraite. Il

3. Nous nous sommes rendu compte qu'informaticiens et enseignants ne parlaient pas forcément la même langue. Un exemple qui nous a perturbé pendant longtemps est la différence entre fonction de manipulation et fonction de visualisation. Pour nous, le premier terme désigne toutes les fonctionnalités qui entraînent une modification structurelle d'une figure géométrique (i.e. de sa représentation analytique, par exemple lors la déformation ou la suppression d'un objet). Le deuxième terme désigne toutes celles qui entraînent uniquement une modification de l'état visuel de la figure (par exemple lors de l'extraction d'un objet dans un calque ou de l'effacement de constructions intermédiaires), même si (définition des enseignants) elles nécessitent la manipulation à l'interface de la figure (désignation à la souris des objets pour l'extraction). Ce genre d'ambiguïté peut avoir de fâcheuses conséquences sur le développement d'un logiciel, voire son non-utilisation pour cause d'inadéquation.

peut observer la construction sous différents angles en modifiant le point de vue de l'observateur (c'est-à-dire tourner autour de la construction) ou en demandant un point de vue frontal pour une observation en vraie grandeur.

Le choix du référentiel, comme matérialisation de l'univers géométrique, peut influencer la représentation visuelle des objets. Par exemple, les cloisons ou le plancher peuvent être utilisés pour représenter la position relative des points grâce à leur projection sur chacune des parois (les projetantes). Cela permet aussi de matérialiser leurs intersections avec les différents objets comme les droites, les cercles, les sphères, ... et de représenter les parties de ces objets qui sont visibles ou non, c'est-à-dire en modifiant les attributs de dessin (taille et style du trait, couleur) des parties de l'objet situées derrière les cloisons ou sous le plancher (Figure 1).

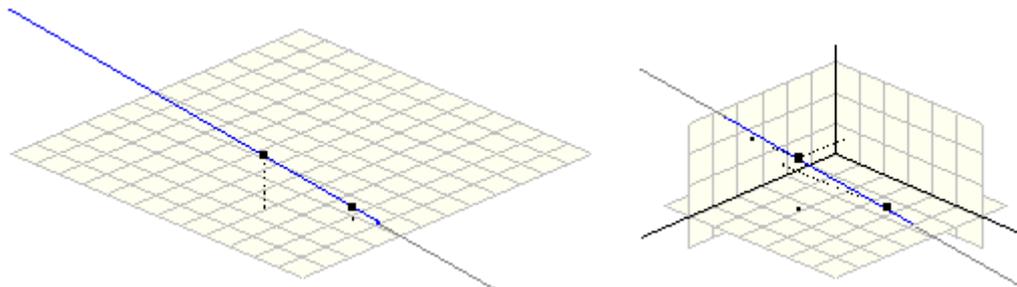


FIG. 1 – Utilisation du référentiel pour matérialiser les intersections d'une ligne avec le plancher (à gauche) ou avec les cloisons (à droite).

Chaque objet géométrique introduit différents types de tels éléments visuels de compréhension (le vecteur normal pour les plans ou les cercles, les grand-cercles pour les sphères...) Il s'agit bien d'éléments visuels dans le sens où leur rôle est d'aider à la visualisation d'une figure géométrique et non à sa construction : on ne peut pas les utiliser comme base de construction (par exemple construire une droite parallèle au vecteur normal d'un plan). Afin d'obtenir un juste milieu entre l'aide à la visualisation et une surcharge visuelle, ces éléments apparaissent soit automatiquement lorsque l'objet correspondant est en cours d'utilisation (par exemple durant sa création, sa désignation dans une tâche de construction ou durant la déformation de la figure lorsque l'objet est un point-base), soit à la requête explicite de l'élève (en marquant les objets souhaités et en affichant ou non les éléments des objets ainsi marqués).

3.2 Construction de figures géométriques

Calques 3D permet à l'élève de créer des figures dans l'espace, en construisant des objets géométriques élémentaires (droites, segments, plans, sphères, ...) et en établissant des relations géométriques entre eux grâce à des fonctions de construction (parallèle, perpendiculaire, appartenance, intersection, ...). A chaque étape de la tâche de construction, une aide contextuelle et des rétroactions visuelles fournissent à l'élève une information immédiate sur l'état courant de la tâche et sur les étapes restantes, nécessaires à son achèvement.

Pour des raisons ergonomiques, la construction d'un objet dans **Calques 3D** peut s'avérer relativement différent de la manière habituelle, comme c'est le cas pour le cube. La première étape de cette construction consiste en la désignation de deux points distincts, fournissant ainsi l'arête initiale du cube (Figure 2).

Une fois le deuxième point désigné, un cercle, centré sur ce point, perpendiculaire à l'arête et de rayon la longueur de l'arête, est représenté. La première face du cube et son orientation par rapport à l'arête initiale peut alors être définie en créant et déplaçant un point sur ce cercle. Finalement, le cube lui-même est obtenu en le développant à partir de cette face, soit selon une direction arbitrairement fixée (comme c'est le cas actuellement dans le logiciel), soit selon le choix de l'utilisateur.

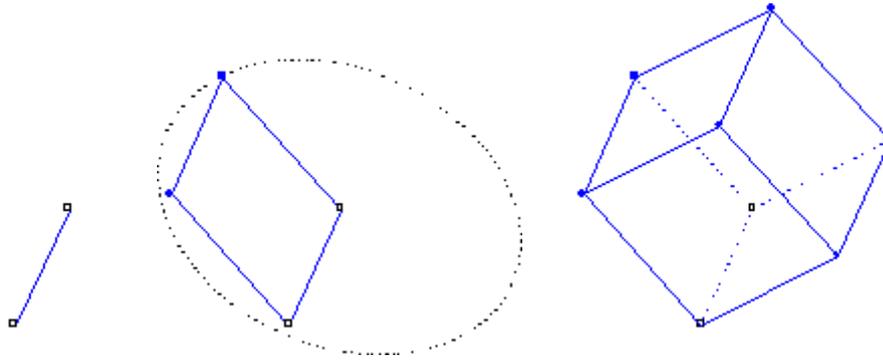


FIG. 2 – Les trois étapes de la construction d'un cube : désignation de l'arête initiale (gauche), création et orientation de la de la première face (milieu) et développement final du cube (droite).

Grâce à cette décomposition particulière des étapes de la construction du cube, il est possible de fournir à l'utilisateur des rétroactions visuelles adaptées, lui permettant de se focaliser sur ce qu'il est en train de construire.

3.3 Exploration des propriétés géométriques

La représentation plane d'une figure géométrique (c'est-à-dire le dessin de la figure) ne permet pas à l'élève de percevoir efficacement et d'identifier ses propriétés géométriques, même s'il a la possibilité de modifier le point de vue de l'observateur. Pouvoir déformer dynamiquement la figure et explorer la nouvelle configuration ainsi obtenue est un moyen efficace pour remédier à cette difficulté.

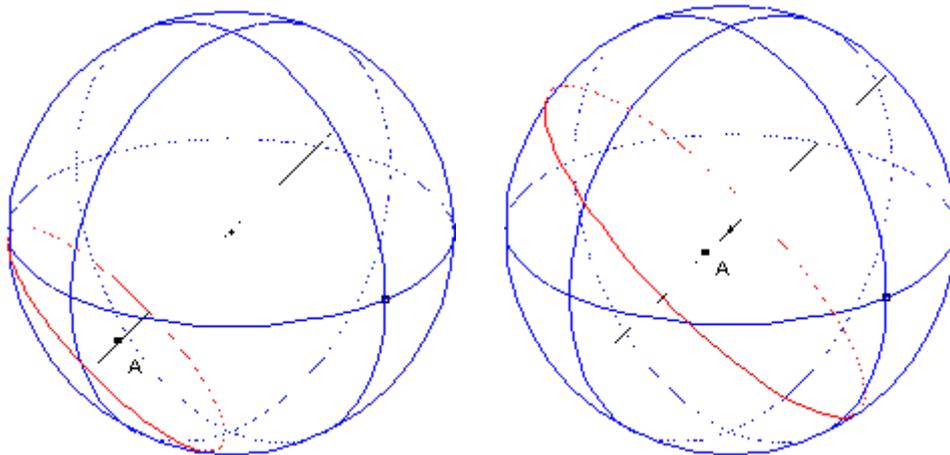


FIG. 3 – Evolution de la section plane d'une sphère pendant la déformation (translation du point A sur un diamètre de la sphère).

Cette exploration libre est réalisée à travers une interface basée sur une extension du concept de manipulation directe [Nanard 90] à un environnement spatial. A cause des limitations des interfaces utilisateur (souris, écran, ...) pour la manipulation dans l'espace, Calques 3D applique ce que nous avons appelé 'la géométrie du point' : la déformation d'une figure n'est possible qu'à partir des points-base (les points à un ou plusieurs degrés de liberté) ayant servis à sa construction (par exemple à partir des extrémités d'un segment). Tous les autres objets géométriques ne peuvent pas être manipulés (i.e. par n'importe quel point du segment).

Durant le déplacement du point-base (cf. figure 3), Calques 3D maintient la cohérence des relations, explicitement spécifiées dans la figure ou résultant de la construction, calcule puis redessine en temps réel la nouvelle configuration de la construction.

3.4 Les calques: un atout de Calques 3D

Nous définissons les calques comme un filtre visuel, c'est-à-dire un mécanisme qui permet à l'élève d'extraire d'une construction un sous-ensemble d'objets géométriques et de les visualiser séparément de la figure initiale. Par sous-ensemble d'une construction, nous entendons un ensemble d'objets géométriques définis, pris tel quel (lignes, points, plane, ...): il est impossible par exemple d'extraire une partie de droite, un demi-plan ou une demi-sphère, la section plane d'un cube, ... si ce lieu n'a pas été explicitement construit par l'élève.

En tant que filtre visuel, l'objectif avoué des calques est d'aider l'observation de certaines parties d'une construction: cela consiste à partager une représentation visuelle des objets entre différentes vues, indépendantes les unes des autres et pouvant être affichées en même temps. Ces vues, appelées 'fenêtres Calques', sont identiques à la vue principale, appelée 'fenêtre Univers', c'est-à-dire qu'elles permettent à l'élève de modifier différemment le point de vue de l'observateur, le référentiel, le facteur de zoom, ... dans chacune d'entre elles mais les attributs visuels (forme, couleur, ...) et les relations géométriques des objets extraits sont conservés. De plus, pour des raisons d'homogénéité, la construction de nouveaux objets n'est pas autorisée dans les calques.

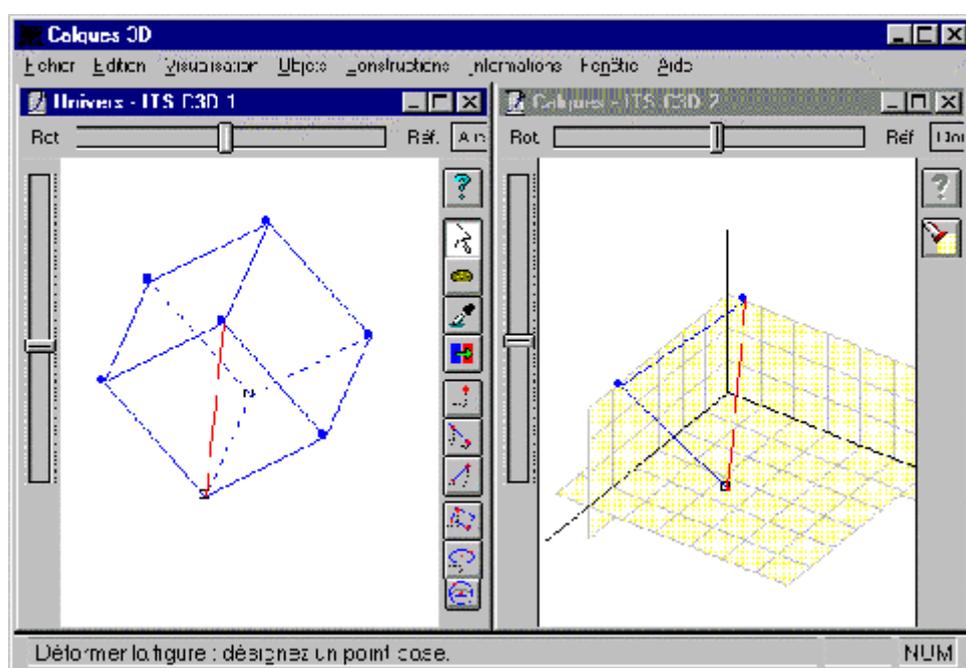


FIG. 4 – Une copie d'écran de la fenêtre principale de *Calques 3D*; à gauche un cube dans la fenêtre 'Univers'; à droite, un triangle extrait de l'une des faces du cube et visualisé dans une fenêtre 'Calque' indépendante.

Les calques peuvent être utilisés pour pallier la perte d'information spatiale résultant du dessin d'une figure sur une surface 2D en permettant la visualisation simultanée d'une même figure (ou de certaines de ses parties) selon différents points de vue. Par exemple (figure 4), un cube peut être observé dans la 'fenêtre Univers' selon un point de vue donné, alors que le triangle, extrait de l'une des faces du cube, peut être affiché dans une 'fenêtre Calque' selon un autre point de vue (par exemple en plan frontal). D'une certaine manière, les calques peuvent être assimilés aux vue de face, vue de coté, ... du dessin technique.

L'aspect dynamique du micromonde introduit là aussi de nouvelles propriétés qui peuvent s'avérer utiles pour faciliter l'observation d'une figure. En effet, les relations géométriques qui relient les objets dans la construction ne sont pas perdues lors du processus d'extraction: toute

déformation de la figure effectuée dans l'une des fenêtres entraîne une déformation similaire dans les autres fenêtres. C'est pourquoi nous considérons les calques comme un filtre visuel et non comme un outil de copier/coller.

4 Conclusion

Calques 3D est un prototype, toujours en cours de développement. Il fournit néanmoins à l'utilisateur un ensemble restreint mais suffisant de fonctionnalités pour la construction et l'observation de figures géométriques. Ainsi, il est à noter que **Calques 3D** ne supporte que la géométrie filaire: la géométrie du solide ou la géométrie analytique ne faisaient pas partie des objectifs initiaux du développement et feront l'objet des futures mises à jour.

Calques 3D a été développé avec Borland C++ 4.5 (environ 30 000 lignes de code) et est disponible pour Windows 3.1 et Windows 95/NT. Il requiert un PC 486 (configuration minimum) ou un Pentium, avec 8 Mo de mémoire vive et 5 Mo d'espace disque. Il sera prochainement édité par Topiques Editions, un éditeur lorrain spécialisé dans les ouvrages et logiciels mathématiques, pour une distribution dans les collèges et lycées lorrains.

5 Références

- [Bailleux 91] A. Bailleux. *Universités d'été "Enseigner la géométrie avec l'Ordinateur"*. IUFM de Douai, 1991. 1
- [Balacheff 94] N. Balacheff et M. Vivet. *Didactique et intelligence artificielle*. La Pensée Sauvage, Grenoble, 1994. 1
- [Bernat 89] P. Bernat. *Dessiner l'espace*. Topiques Editions, 1989. 1
- [Bernat 91] P. Bernat. *Pratiquer l'espace*. Topiques Editions, 1991. 1
- [Bernat 94] P. Bernat. *Calques 2*. Topiques Editions, 1994. 1
- [Bouteiller 93] Yves Bouteiller et Michèle Duperier. *Apprendre et pratiquer la géométrie avec l'ordinateur*. IREM d'Orléans, 1993. 1
- [Cuppens 91] R. Cuppens. *Université d'Eté "Informatique et Enseignement de la Géométrie"*. IREM de Toulouse, 1991. 1
- [DLC15 94] DLC15. *Faire des Mathématiques au lycée avec l'Ordinateur*. Direction des Lycées et Collèges, bureau 15. Ministère de l'Education Nationale, 1994. 1
- [Geospace 92] Geospace. *Activité mathématiques avec imagiciels, première et terminales, géométrie dans l'espace*. Ministère de l'Education Nationale et de la Culture, Direction des Lycées et des Collèges, 1992. 1
- [Jackiw 95] N. Jackiw. *The geometer's sketchpad*. Visual Geometry Project, Key curriculum Press, 1995. 1
- [Laborde 94] J.M. Laborde et F. Bellemain. *Cabri-géomètre ii*. Texas Instruments, 1994. 1
- [Muzellec 96] D. Muzellec. *Le logiciel kappa, la géométrie en trois dimensions*, 1996. 1
- [Nanard 90] J. Nanard. *La manipulation directe en interface homme-machine*. Thèse d'état, Université de Sciences et Technique du Languedoc, 1990. 3.3
- [Qasem 97] S. Qasem. *La représentation dans un micro-monde de géométrie dans l'espace : le cas de cabri 3d*. *Cinquièmes Journées EAIO de Cachan*, pages 133–146. HERMES, Paris, 1997. 1

6 Remerciements

Nous voulons remercier ici tous les enseignants et collègues qui ont collaboré à la conception de **Calques 3D**, ainsi que les personnes ayant rendu cette collaboration possible: J.C. Demoly,

C. Ginet, J.P. Giorgi, N. Gress, F. Jean, P. Lombard, C. Manciaux, M.H. Munier, B. Parzysz, B. Pierrot, S. Remy, M. Samotyj, M. Thiry, A. Volpi. Nous avons une pensée toute particulière pour notre collègue Philippe Bernat qui a initié ce travail avant de nous quitter si brutalement.

Le développement de **Calques 3D** a fait l'objet du soutien de la Région Lorraine et du Rectorat de l'Académie de Nancy-Metz.

7 Appel à participation

Même si le logiciel a été distribué parmi les membres des différents groupes de travail et même si, ponctuellement, celui-ci a été utilisé dans leurs classes respectives, nous n'avons pas véritablement évalué l'utilisation du logiciel en situation d'apprentissage.

Nous sommes à la recherche d'enseignants ou de formateurs (IUFM, MAFPEN, groupes de travail académiques, ...) qui seraient intéressés par prendre en main une telle expérimentation, à titre personnel ou dans un cadre plus formel. Une version complète de **Calques 3D**, distribué au titre de l'expérimentation et de la recherche, pourrait vous être envoyée. En contrepartie, et afin de pouvoir continuer le développement de **Calques 3D** conformément aux attentes des utilisateurs, nous ne vous demandons que de nous faire parvenir vos remarques et comptes-rendus d'expérimentation : réaction des élèves, difficultés d'utilisation et problèmes rencontrés, fonctionnalités à ajouter, ... Des fiches d'activités réalisées avec **Calques 3D** peuvent également nous être d'une grande utilité.

Contact :

Nicolas VAN LABEKE, Josette MORINET-LAMBERT
Equipe Informatique et Formation
LORIA/CNRS, Université Henri Poincaré- Nancy I
Campus Scientifique, BP 239
F-54506 Vandoeuvre lès Nancy Cede

Tél: 03 83 59 20 61 (N. Van Labeke)
03 83 59 20 59 (J. Morinet-Lambert)
03 83 59 30 87 (Secrétariat)

Fax: 03 83 41 30 79

Email: vanlabek@loria.fr, morinet@loria.fr

URL: <http://www.loria.fr/~vanlabek/Calques3D/>